



# Математична статистика

## Робоча програма навчальної дисципліни «Математична статистика» (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни	
Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	12 Інформаційні технології
Спеціальність	122 Комп'ютерні науки
Освітня програма	«Системи і методи штучного інтелекту», «Комп'ютерні науки та інформаційні технології»
Статус дисципліни	Нормативна ( <i>Професійна</i> )
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	2 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	3 ЄКТС 90 годин (36 години – лекції, 18 годин – практичні, 36 годин – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Залік / модульна контрольна робота
Розклад занять	<a href="http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx">http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx</a>
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: канд. фіз.-мат. наук, доцент Ільєнко Андрій Борисович <a href="mailto:an.ilienko@gmail.com">an.ilienko@gmail.com</a> Практичні: канд. фіз.-мат. наук, доцент Голіченко Ірина Ігорівна <a href="mailto:idubovetska@gmail.com">idubovetska@gmail.com</a>
Розміщення курсу	<a href="https://campus.kpi.ua">https://campus.kpi.ua</a>

## Програма навчальної дисципліни

### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дана дисципліна є однією з фундаментальних в освітній програмі. Вона включає:

–вивчення основних розподілів математичної статистики —  $\Gamma$ -розподіл, розподіл Ерланга, розподіл  $\chi^2$ ,  $t$ -розподіл Стьюдента,  $F$ -розподіл Фішера-Снедекора);

–основні факти, пов'язані з граничними теоремами теорії ймовірностей (нерівність Чебишова, види збіжностей випадкових величин та зв'язки між ними, закони великих чисел, метод Монте-Карло, центральна гранична теорема, теореми Муавра-Лапласа та Пуассона для схеми Бернуллі), що необхідні для вивчення математичної статистики;

–основні означення математичної статистики та методи первинної обробки статистичної інформації (генеральна сукупність, вибірка, варіаційний ряд, інтервальний варіаційний ряд, емпірична функція розподілу, полігон частот, гістограма тощо);

–теорію статистичних оцінок (статистика, точкова оцінка, (асимптотична) незміщеність, конзистентність, ефективність, нерівність Рао-Крамера, метод моментів, метод максимальної вірогідності, (асимптотичні) довірчі інтервали, властивості гауссівських вибірок);

–методи перевірки статистичних гіпотез (статистична гіпотеза, статистичний критерій, помилки першого та другого роду, критерій згоди  $\chi^2$ , лема Неймана-Пірсона, критерії перевірки гіпотез для гауссівських генеральних сукупностей та для схем Бернуллі);

–елементи регресійного аналізу, метод найменших квадратів та його математичне обґрунтування. Властивості оцінок параметрів лінійної регресійної моделі.

**У процесі навчання студент має оволодіти такими компетентностями:**

ЗК 1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; ЗК 6 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями; ЗК 11 Здатність приймати обґрунтовані рішення; ФК 1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.

По завершенню курсу здобувач має набутти наступні програмні результати навчання: ПР2 Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

### 2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна «Математична статистика» і продовженням дисципліни «Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика» передуює і забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: «Теорія інформації кодування», «Теорія прийняття рішень», «Системний аналіз», Методи

і системи штучного інтелекту «Моделювання систем», «Аналіз часових рядів», а також «Ланцюги Маркова», «Стаціонарні випадкові процеси».

### **3. Зміст навчальної дисципліни**

**РОЗДІЛ 1.** Функції від випадкових величин та векторів.

**Тема 1.1.** Розподіли функцій від випадкових величин та векторів.

Розглядаються методи знаходження розподілів (рядів розподілу в дискретному випадку та щільностей розподілу в неперервному) функцій від випадкових величин та випадкових векторів. В неперервному багатовимірному випадку наводиться як загальний алгоритм знаходження щільності розподілу довільної функції від випадкового вектора, так і конкретні співвідношення для щільностей суми, різниці, добутку, частки, максимуму та мінімуму випадкових величин.

**Тема 1.2.** Числові характеристики функцій від випадкових величин та векторів.

Розглядаються методи знаходження моментних характеристик функцій від випадкових величин та векторів в дискретному і в неперервному випадках. Крім того, тут вводиться низка розподілів, необхідних надалі в курсі математичної статистики —  $\Gamma$ -розподіл, розподіл Ерланга, розподіл  $\chi^2$ ,  $t$ -розподіл Стьюдента,  $F$ -розподіл Фішера-Снедекора.

**РОЗДІЛ 2.** Граничні теореми теорії ймовірностей.

**Тема 2.1.** Види збіжностей випадкових величин.

Вводяться основні види збіжностей послідовностей випадкових величин — збіжність майже напевно, збіжність в середньому квадратичному, збіжність в середньому, збіжність за ймовірністю та збіжність за розподілом. Розглядаються деякі зв'язки між цими видами. Крім того, тут встановлюється нерівність Чебишова, а також деякі споріднені нерівності.

**Тема 2.2.** Закони великих чисел та їх застосування.

Розглядаються закони великих чисел для незалежних однаково та різнорозподілених випадкових величин. Наводяться застосування цих законів до схеми Бернуллі та до обґрунтування методу Монте-Карло.

**Тема 2.3.** Центральна гранична теорема та її застосування.

Розглядаються центральні граничні теореми для незалежних однаково та різнорозподілених випадкових величин. Зокрема, наводяться достатні умови Ляпунова та Ліндеберга. Встановлюються основні граничні теореми в схемі Бернуллі (інтегральна та локальна теореми Муавра-Лапласа і теорема Пуассона).

**РОЗДІЛ 3.** Елементи математичної статистики.

**Тема 3.1.** Первинна обробка статистичних даних.

Наводяться основні означення математичної статистики та методи первинної обробки статистичної інформації (генеральна сукупність, вибірка, варіаційний ряд, інтервальний варіаційний ряд, емпірична функція розподілу, полігон частот, гістограма тощо).

**Тема 3.2.** Елементи теорії статистичних оцінок.

Розглядаються основні методи побудови точкових оцінок невідомих параметрів розподілу генеральної сукупності — метод моментів та метод максимальної вірогідності. Наводяться властивості точкових оцінок —

(асимптотична) незміщеність, конзистентність, та ефективність, а також обговорюються способи перевірки цих властивостей.

**Тема 3.3. Довірчі інтервали та методи їх побудови.**

Вводиться поняття довірчого інтервалу для невідомого параметру розподілу генеральної сукупності. Розглядаються властивості гауссівських вибірок, і на основі цього встановлюється вигляд довірчих інтервалів для параметрів гауссівської генеральної сукупності. Наводиться загальний алгоритм побудови асимптотичних довірчих інтервалів для параметрів довільної генеральної сукупності, а також приклади його застосування.

**Тема 3.4. Перевірка статистичних гіпотез.**

Вводяться поняття статистичної гіпотези, критерію, помилок першого та другого роду, рівня значущості та потужності критерію тощо. Наводиться критерій згоди  $\chi^2$  та обговорюються особливості його застосування. Встановлюється лема Неймана-Пірсона для побудови найпотужнішого критерію у випадку простих основної та альтернативної гіпотез. Розглядаються критерії перевірки гіпотез про значення невідомих параметрів гауссівських генеральних сукупностей та схем Бернуллі.

#### **4. Навчальні матеріали та ресурси**

##### **Базова література**

1. Бондаренко В.Г., Каніовська І.Ю., Парамонова С.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Частина 1. – К. НТУУ „КПІ”, 2006. – 126 с.
2. Гихман И.И. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / И.И. Гихман, А.В.Скорород, М.И. Ядренко. – К.: Вища школа, 1979. – 408 с.
3. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей: підручник / Б.В. Гнеденко. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2010. – 464 с.
4. Голомозий В.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посіб. / В.В. Голомозий, В.М. Карташов, К.В. Ральченко. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2015. – 366 с.
5. Дороговцев А.Я. Теория ймовірностей. Збірник задач / А.Я. Дороговцев, Д.С. Сільвестров, А.В. Скороход, М.И. Ядренко. – К.: "Вища школа", 1976. – 384 с.
6. Каніовська І.Ю. Теорія ймовірностей у прикладах і задачах. – К.: НТУУ „КПІ” „Політехніка”, 2004. – 154 с.
7. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика: навч. посіб./ М.В. Карташов. – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2008. – 494 с.

8. Клесов О.І. Вибрані питання теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посіб. / О.І. Клесов. – Київ: "ТВиМС", 2010. – 248 с.
9. Коваленко И.Н. Теория вероятностей: учебник / И.Н. Коваленко, Б.В. Гнеденко. -- К.: "Вища школа", 1990. -- 329 с.
10. Нікольський Ю.В. Дискретна математика: навч. посіб. / Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина. – К.: Видавнича група ВНУ, 2007. – 368 с.
11. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів / А.В. Скороход. – Київ: Либідь, 1990. – 168 с.
12. Скороход А.В. Елементи теорії ймовірностей та випадкових процесів / А.В. Скороход. – К.: Вища школа, 1975. – 296 с.
13. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі: підручник для студентів ВНЗ. / В.М. Турчин. – Дніпропетровськ: ІМА-прес, 2014. – 556 с.
14. Ядренко М.Й. Дискретна математика: навч. посіб. / М.Й. Ядренко. – Київ: "ТВиМС", 2004. – 245 с.
15. Gut A. Probability: A graduate course / A. Gut. – New York: Springer, 2013. – 602 p.
16. Kelbert M.Ya. Probability and Statistics by example. Vol. I: Basic probability and statistics / M.Ya. Kelbert, Yu.M. Sukhov. – Cambridge University Press, 2005. – 373 p.

#### Додаткова література

17. Capinski M., Zastawniak T. Probability Through Problems. – Springer, 2003. – 260 p.
18. Feller W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. I, 3rd edition/ W. Feller. – Wiley, 1968. – 509.
19. Grimmett G. One Thousand Exercises in Probability. / G. Grimmett, D. Stirzaker. – Oxford University Press, 2001. – 448 p.
20. Kelbert M.Ya. Probability and Statistics by example. Vol. II: A Primer in Random Processes and their Applications / M.Ya. Kelbert, Yu.M. Sukhov. -- Cambridge University Press, 2008. – 504 с.
21. Stirzaker D. Elementary Probability. / D. Stirzaker. – Cambridge University Press, 2003. – 524 p.

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

#### Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	<p><b>Розподіли функцій від випадкових величин</b> Розглядаються методи знаходження розподілів (рядів розподілу в дискретному випадку та щільностей розподілу в неперервному) функцій від випадкових величин. Рекомендована література: [1] – С. 251 – 257; [4] – С. 135 – 150.</p>
2	<p><b>Розподіли функцій від випадкових векторів</b> В неперервному багатовимірному випадку наводиться як загальний алгоритм знаходження щільності розподілу довільної функції від випадкового вектора, так і конкретні співвідношення для щільностей суми, різниці, добутку, частки, максимуму та мінімуму випадкових величин. Рекомендована література: [1] – С. 257 –268; [4] – С. 135 – 150..</p>
3	<p><b>Числові характеристики функцій від випадкових величин та векторів.</b> Розглядаються методи знаходження моментних характеристик функцій від випадкових величин та векторів в дискретному і в неперервному випадках. Крім того, тут вводиться низка розподілів, необхідних надалі в курсі математичної статистики – <math>\Gamma</math>-розподіл, розподіл Ерланга, розподіл <math>\chi^2</math>, t-розподіл Стьюдента, F-розподіл Фішера-Снедекора. Рекомендована література: [1] – С. 200 –240; [4] – С.175 – 184.</p>
4	<p><b>Види збіжностей випадкових величин.</b> Вводяться основні види збіжностей послідовностей випадкових величин – збіжність майже напевно, збіжність в середньому квадратичному, збіжність в середньому, збіжність за ймовірністю та збіжність за розподілом. Розглядаються деякі зв'язки між цими видами. Крім того, тут встановлюється нерівність Чебишова, а також деякі споріднені нервності Рекомендована література: [1] – С. 274 –277; [3] – С. 131 – 135; [3]- С. 210 – 218.</p>
5	<p><b>Закони великих чисел та їх застосування.</b> Розглядаються закони великих чисел для незалежних однаково та різнорозподілених випадкових величин. Наводяться застосування цих законів до схеми Бернуллі та до обґрунтування методу Монте-Карло. Рекомендована література: [1] – С. 276 –285; [4] – С. 184 – 208.</p>
6	<p><b>Центральна гранична теорема та її застосування.</b> Розглядаються центральні граничні теореми для незалежних однаково та різнорозподілених випадкових величин. Зокрема, наводяться достатні умови Ляпунова та Ліндеберга. Рекомендована література: [1] – С. 290 –299; [3]- С. 251 – 261, [4] – С. 248 – 263.</p>
7	<p><b>Центральна гранична теорема в схемі Бернуллі.</b> Встановлюються основні граничні теореми в схемі Бернуллі (інтегральна та локальна теореми Муавра-Лапласа і теорема Пуассона). Рекомендована література: [1] – С. 290 –299; [3]- С. 251 – 261.</p>
8	<p><b>Первинна обробка статистичних даних.</b> Проведення первинної обробки статистичної інформації (побудова варіаційних рядів, емпіричних функцій розподілу, полігонів частот, гістограм тощо). Рекомендована література: [1] – С. 300 –304; [9] – С. 274 – 293..</p>
9	<p><b>Поняття точкових оцінок невідомих параметрів розподілів генеральних сукупностей.</b> Вводиться поняття точкових оцінок невідомих параметрів розподілів генеральних сукупностей. Вимога незміщеності та конзистентності точкової оцінки. Наводяться приклади незміщені та конзистентні точкові оцінки математичного сподівання та дисперсії. Рекомендована література: [9] – С. 295 –302; [8] – С. 513 – 539.</p>

10	<p><b>Методи отримання точкових оцінок невідомих параметрів розподілів генеральних сукупностей.</b></p> <p>Розглядаються основні методи побудови точкових оцінок невідомих параметрів розподілу генеральної сукупності — метод моментів та метод максимальної вірогідності.</p> <p>Рекомендована література: [3] – С. 355 –368; [8] – С. 540 – 549, [9] – С. 303 – 306.</p>
11	<p><b>Ефективні точкові оцінки. Нерівність Рао-Крамера.</b></p> <p>Вводиться поняття ефективної точкової оцінки. Доводиться нерівність Рао-Крамера та теорема про єдність ефективної оцінки..</p> <p>Рекомендована література: [8] – С. 519 – 533; [9]- С. 316 – 319.</p>
12	<p><b>Практична перевірка вимог, що висуваються до точкових оцінок.</b></p> <p>Знаходяться за вищенаведеними методами оцінки невідомих параметрів деяких розподілів та досліджуються властивості цих оцінок.</p> <p>Рекомендована література: [8] – С. 513 – 549; [9]- С. 295 – 318.</p>
13	<p><b>Основні поняття інтервального оцінювання невідомих параметрів розподілів генеральних сукупностей.</b></p> <p>Вводиться поняття довірчого інтервалу для невідомого параметру розподілу генеральної сукупності, довірчої ймовірності. Розглядаються види довірчих інтервалів.</p> <p>Рекомендована література: [3] – С.369 - 377; [4] - С. 369 – 376.</p>
14	<p><b>Побудова довірчих інтервалів для параметрів гауссівської генеральної сукупності.</b></p> <p>Розглядаються властивості гауссівських вибірок, і на основі цього встановлюється вигляд довірчих інтервалів для параметрів гауссівської генеральної сукупності.</p> <p>Рекомендована література: [8] – С. 550 –559; [9]- С. 319 – 328.</p>
15	<p><b>Побудова асимптотичних довірчих інтервалів для параметрів деяких розподілів з використанням центральної граничної теореми.</b></p> <p>Наводиться загальний алгоритм побудови асимптотичних довірчих інтервалів для параметрів довільної генеральної сукупності, а також приклади його застосування.</p> <p>Рекомендована література: [8] – С. 550 –559; [9]- С. 319 – 328.</p>
16	<p><b>Статистичні гіпотези Методика перевірки статистичних гіпотез. Лема Неймана-Пірсона.</b></p> <p>Вводяться поняття статистичної гіпотези, критерію, помилок першого та другого роду, рівня значущості та потужності критерію тощо. Встановлюється лема Неймана-Пірсона для побудови найпотужнішого критерію у випадку простих основної та альтернативної гіпотез.</p> <p>Рекомендована література: [3] – С.373 – 385 ; [8] – С. 571 – 583.</p>
17	<p><b>Перевірка статистичних гіпотез про закон розподілу генеральної сукупності. Критерії Пірсона та Колмогорова.</b></p> <p>Наводиться критерій згоди <math>\chi^2</math> та Колмогорова і обговорюються особливості його застосування.</p> <p>Рекомендована література: [4] – С. 387 – 390, [9]- С. 383 – 387.</p>
18	<p><b>Перевірка статистичних гіпотез про параметри розподілу нормальної генеральної сукупності.</b></p> <p>Розглядаються критерії перевірки гіпотез про значення невідомих параметрів гауссівських генеральних сукупностей та схем Бернуллі.</p> <p>Рекомендована література: [9] – С. 354 – 372; [4]- С. 395– 398.</p>

### Практичні заняття

№	Назва теми занять
1	Знаходження розподілів функцій від випадкових величин та векторів.
2	Знаходження числових характеристик функцій від випадкових величин та векторів.
3	Збіжність послідовностей випадкових величин, закон великих чисел.
4	Центральна гранична теорема та її застосування в схемі Бернуллі.
5	Методи знаходження точкових оцінок невідомих параметрів законів генеральної

	<i>сукупності</i>
6	<i>Перевірка вимог, що висуваються до точкових оцінок невідомих параметрів законів генеральної сукупності</i>
7	<i>Побудова довірчих інтервалів для невідомих параметрів генеральної сукупності</i>
8	<i>Перевірка статистичних гіпотез про значення параметрів генеральної сукупності.</i>
9	<i>МКР</i>

## 6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Самостійна робота складається з виконання розрахункової роботи на тему «Обробка дослідних даних методами математичної статистики». Зміст розрахункової роботи повністю відповідає темам 3.1 – 3.4 розділу 3. Розрахункова робота сприяє поглибленому засвоєнню методів розв'язання задач з курсу математична статистика. Методичні рекомендації до виконання розрахункової роботи, варіанти завдань, термін виконання надає лектор всім групам потоку та зазначає у гугл-класі. Викладачі, які ведуть практичні заняття, у двотижневий термін з призначеної дати здачі студентами робіт, перевіряють роботи та виставляють рейтингові бали.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Здобувачі не мають право пропускати лекційні та практичні заняття без поважних причин. На кожному практичному занятті повинні активно залучатися до розв'язання практичних задач, бажано за фахом. Для цього викладач на кожній лекції повинен приділяти увагу до застосування прочитаних тем в різних галузях науки. Захист розрахункової роботи повинен виявити наскільки здобувач може не тільки абстрактно та логічно мислити, а й аналізувати результат. Усі роботи здобувачі мають прикріплювати в особистому кабінеті гугл-класу. Терміни здачі кожного завдання позначені в щотижневих завданнях у гугл-класі. Роботи мають бути виконані з дотриманням академічної доброчесності. У період роботи в дистанційному режимі лектор може запропонувати пройти запропоновані ним онлайн-курси на платформі Coursera.

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Семестровий контроль: екзамен

1. Семестровий рейтинг з дисципліни «Математична статистика» складається з рейтингових балів (див. табл.1), і не перевищує  $R_{\max} = 100$ . В семестрі студент може набрати 50 балів, відповідно на іспиті – 50 балів.

Таблиця 1. Система рейтингових балів.

№	Контрольний захід	Бали
1.	Розрахункова робота „ Обробка дослідних даних методами	20



	<i>математичної статистики "</i>	
2.	<i>Модульна контрольна робота „Побудова точкових оцінок та дослідження їх властивостей ”</i>	20
3.	<i>Робота на практичних заняттях</i>	10

2. *Розрахункова робота зараховується тільки за умови її захисту. Для захисту розрахункової роботи здобувачу надається не більше трьох спроб. В залежності від того, з якої спроби була захищена робота, нараховується наступна кількість балів:*

- *захист з першої спроби - 30 балів;*
- *захист з другої спроби -20 балів;*
- *захист з третьої спроби і останній – 10 балів.*

3. *Здобувач допускається до іспиту при виконанні умов:*

- *поточний рейтинг за семестр складає не нижче 30 балів;*
- *захищена розрахункова робота.*

*Відповідно сумарної кількості балів, що набрані в семестрі та на іспиті, здобувач отримує оцінку згідно таблиці 2.*

**Таблиця 2 відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:**

<b>Рейтинг</b>	<b>Оцінка ECTS</b>	<b>Традиційна оцінка</b>
95 - 100	<b>A</b> — відмінно	Відмінно
85 - 94	<b>B</b> — дуже добре	Добре
75 - 84	<b>C</b> — добре	
65 - 74	<b>D</b> — задовільно	Задовільно
60 - 64	<b>E</b> — достатньо	
менше 60 балів	<b>FX</b> — незадовільно	Незадовільно
менше 30 балів	<b>F</b> – не допущено	Не допущено

## **10. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)**

### **Теоретичні питання:**

1. *Розподіл «хі-квадрат». Приклади його застосування в математичній статистиці.*
2. *Розподіли Стьюдента та Фішера-Снедекора. Приклади їх застосування в математичній статистиці.*
3. *Нерівності Чебишева та Маркова. Приклади їх застосування.*
4. *Послідовності випадкових величин, види збіжностей таких послідовностей та зв'язок між ними.*
5. *Сутність закону великих чисел. Закон великих чисел у формі Чебишева.*
6. *Закон великих чисел у схемі Бернуллі.*
7. *Сутність центральної граничної теореми. Класична ЦГТ.*
8. *Теорема Ляпунова.*
9. *Центральна гранична теорема в схемі Бернуллі (локальна та інтегральна теорема Муавра-Лапласа).*
10. *Вибірка, способи її запису, закон розподілу вибірки. Графічне представлення вибірки. Емпірична функція розподілу, її зв'язок з функцією розподілу.*
11. *Емпіричні характеристики генеральної сукупності. Закони розподілів емпіричних характеристик генеральної сукупності*
12. *Вимоги, що висуваються до точкових оцінок параметрів розподілу.*

13. Незміщені точкові оцінки параметрів розподілу. Приклади незміщених оцінок математичного сподівання та дисперсії.
14. Конзистентні точкові оцінки параметрів розподілу. Приклади конзистентних оцінок математичного сподівання та дисперсії.
15. Ефективні точкові оцінки параметрів розподілу. Нерівність Крамера-Рао. Практична перевірка ефективності незміщених оцінок параметрів розподілу.
16. Функція правдоподібності. Метод максимальної правдоподібності знаходження оцінок параметрів розподілу.
17. Метод моментів знаходження оцінок параметрів розподілу.
18. Побудова довірчого інтервалу для математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини.
19. Побудова довірчого інтервалу для дисперсії нормально розподіленої випадкової величини.
20. Статистичні гіпотези: основні поняття. Помилки першого та другого роду. Методика перевірки статистичних гіпотез.
21. Критерій  $\chi^2$  (Пірсона) про вигляд розподілу (параметричний та непараметричний випадок). Критерій Колмогорова про вигляд розподілу.
22. Перевірка гіпотези про значення математичного сподівання та дисперсії нормально розподіленої випадкової величини.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено** к.ф.-м.н., доцент, Ільєнко Андрій Борисович

**Ухвалено** кафедрою МАтаТЙ (протокол № 16 від 08.07.2022 р.)

**Погоджено** Методичною комісією ФМФ (протокол № 8 від 11.07.2022 р.)

**Погоджено** Методичною комісією ІПСА (протокол № 11 від 08.07.2022 р.)